

A theorem about stars that could have improved the functioning of the internal combustion engine

Vincenzo Favale - Associazione Scienza Viva, Calitri - favalevincenzo@tiscali.it

Abstract: The Tusi couple is a mechanical device working according to the Theorem of Nasir al-Din al-Tusi, mathematician, astronomer, philosopher and theologian of the XIII century Islamic Persia. This theorem states that: *if a circle rolls internally to another of double radius with uniform angular speed, each point of it moves in a rectilinear harmonic motion.*

Tusi developed this theorem in the cultural period influenced by Ptolemaic system, in order to simplify the astronomical calculations of the time. Copernicus used this theorem in composing his famous *De revolutionibus orbium coelestium* in 1543.

Keywords: Tusi theorem, Ptolemaic system, Copernicus.

Un fisico di una certa età, dopo aver trascorso una vita a insegnare elettronica, in verità può provare ancora tanto gusto a leggere qualche buon libro di storia della scienza. Il testo, stavolta, ha per titolo *La genesi della scienza*, nella traduzione italiana (Hannam 2014). L'autore, con uno stile semplice e scorrevole, ripercorre le tappe del cammino della scienza nella storia.

L'astronomia è certamente tra le scienze che maggiormente hanno accompagnato il cammino dell'uomo da millenni e Copernico, nel 1543, con il suo *De revolutionibus orbium coelestium*, delinea quel cambiamento di mentalità che, in senso reale e metaforico, chiamiamo *rivoluzione copernicana*. Quest'opera rappresenta, con le sue implicazioni, uno dei pilastri su cui si fonda la nostra civiltà. Tuttavia Copernico, nel mettere il Sole al centro dell'universo con i pianeti che girano intorno ad esso, raccoglie gli sforzi che per millenni altri studiosi hanno profuso per capire com'è fatto l'universo. La scienza greca, con Aristotele, trecento anni prima della nostra Era, aveva delineato la struttura dell'universo in un modello così convincente da reggere per oltre milleottocento anni. In tale modello la Terra era al centro dell'universo e tutti gli altri astri, Sole compreso, giravano intorno ad essa. Le orbite erano rigorosamente circolari, anzi vincolate a dei gusci sferici come di cristallo, e perciò solidi e trasparenti, che reggevano gli astri evitando che ci cadessero addosso. Oggi, però, basta una buona macchina fotografica per smentire la circolarità di dette orbite. Infatti, interponendo un apposito filtro, possiamo fare un semplice esperimento: fotografiamo il Sole a giugno e a dicembre, restando attenti a regolare la macchina esattamente allo stesso modo.



Fig. 1. Il Sole a giugno e a dicembre 2015

Ecco in Fig. 1 le foto di giugno e dicembre 2015. Si evidenziano sul disco anche delle *macchie solari* molto appariscenti.

Nella figura, a sinistra, confrontiamo la foto di giugno e quella di dicembre 2015, mentre a destra le sovrapponiamo e ci accorgiamo che l'immagine di dicembre è più grande di quella di giugno. Deduciamo, giustamente, che il Sole a dicembre è più vicino alla Terra, perciò, anche se adottassimo una visione tolemaica, dovremmo dedurre che l'orbita percorsa dal Sole non può essere circolare. Al tempo di Aristotele non c'erano le macchine fotografiche; tuttavia praticando un forellino sulla parete di una stanza rivolta al Sole, sulla parete opposta avrebbero visto un'immagine del Sole. Sistemando le condizioni geometriche, avrebbero potuto misurare il diametro dell'immagine solare e confrontare i valori di giugno e dicembre. Insomma, anche allora potevano essere in grado di dedurre che il Sole in giugno era più lontano dalla Terra rispetto a dicembre.

Alcuni astri, tra cui Marte e Venere, in certi momenti sembravano addirittura tornare indietro (moto retrogrado), ma gli antichi, tenacemente convinti com'erano nel credere che le orbite fossero rigorosamente circolari, cominciarono a pensare che la variazione di distanza degli astri che ruotavano intorno alla Terra e il moto retrogrado fossero dovuti a *combinazioni* di moti comunque circolari. Ricordiamo che anche Galileo, che pagò con gli arresti domiciliari a vita il fatto di aver sposato la teoria copernicana che voleva il Sole al centro dell'universo, era tuttavia convinto che le orbite dei pianeti fossero *combinazioni di moti circolari*. Fu Keplero, pochi decenni dopo Galileo, a insegnarci che le orbite dei pianeti sono, invece, ellissi, formulando le sue famose tre leggi. Newton scoprì la *legge di gravitazione universale* e con la sua formula, data opportunamente in pasto ai nostri computer, riusciamo oggi a calcolare e seguire le orbite degli astri che girano intorno a un astro maggiore, verificando le *leggi di Keplero*.

Facciamo però un salto indietro, nel tempo e nello spazio, per accorgerci di un personaggio parimenti straordinario, che non faceva parte del nostro mondo culturale. Nella Persia del XIII secolo visse Nasir Al-Din Al-Tusi (1201-1274), matematico, astronomo, teologo, filosofo e quant'altro. Scrisse addirittura un trattato di *trigonometria* e lo fece duecento anni prima dei nostri matematici europei. Per valutare a fondo la sua figura, dovremmo essere a conoscenza della lingua persiana ed esperti nelle discipline in cui ha dato il suo notevole contributo, e anche su Internet è reperibile una ricca bi-

bliografia. Anche lui, per quanto riguarda l'astronomia, partiva dalle ipotesi degli antichi greci.

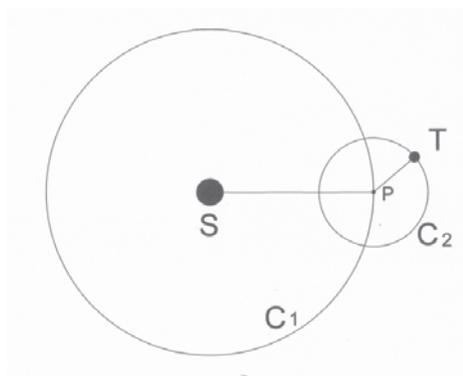


Fig. 2. Deferente ed epiciclo

Rifacciamo il ragionamento dei sapienti di allora riferendoci alla Fig. 2. Se l'astro T si muove intorno all'astro S, potremmo pensare che T descrive una circonferenza C_2 avente per centro P, il quale, a sua volta, gira su una circonferenza C_1 , avente per centro S. Il moto di T intorno a S risulta come combinazione di due moti circolari. La circonferenza C_1 costituisce il *deferente* (letteralmente “che porta fuori”) e C_2 l'*epiciclo* (letteralmente “che ruota fuori”) di questo moto. Gli antichi vedevano, ad esempio, che il pianeta Venere si trovava al momento a sinistra del Sole (e lo chiamavano Vespero, ovvero Stella della Sera), quattro mesi dopo a destra del Sole (e lo chiamavano Lucifero, ovvero Stella del Mattino) e con questo modello potevano giustificare che esso girasse intorno al Sole e con questo intorno alla Terra.

Oggi possiamo vedere ST come un vettore, somma dei vettori SP e PT e, stabilendo come variano nel tempo SP e PT, possiamo trovare la traiettoria di T. Basta uno strumento come EXCEL per effettuare i calcoli e far disegnare il diagramma della traiettoria di T. In un lavoro a parte, con modeste conoscenze di calcolo vettoriale e di trigonometria, affrontiamo molti casi di traiettorie.

La speculazione matematica di Tusi aveva, tuttavia, una sua speciale originalità per il motivo che adesso spieghiamo. Ci riferiamo alla Fig. 3.

Immaginiamo una circonferenza di centro O e raggio $OT = R$. Sorvoliamo sul simbolismo matematico, poco ortodosso per semplicità tipografiche. Immaginiamo una seconda circonferenza, interna alla precedente, di raggio $OQ = R/2$. Essa, inizialmente è tangente alla circonferenza grande in T e rotola al suo interno. Chiamiamo P(x,y) il punto in cui la circonferenza piccola, rotolando, incontra la retta OT. Nella circonferenza piccola, PQR e POR sono rispettivamente angolo al centro e angolo alla circonferenza che insistono sull'arco RP. Un noto teorema di geometria euclidea (enunciato come *teorema dell'angolo al centro*), certamente ben noto a Tusi, assicura che, se $POR = \alpha$,

$PQR = 2\alpha$. Gli angoli (in radianti), moltiplicati per il raggio, danno l'arco di circonferenza su cui insistono. Così nella circonferenza grande:

$$RT = R * \alpha,$$

e nella piccola:

$$RP = R/2 * 2\alpha.$$

Cioè

$$RP = RT.$$

Gli archi uguali indicano inequivocabilmente il moto di *rotolamento*. Ebbene, se la circonferenza piccola rotola all'interno di quella grande, il punto P, partendo da T, si muove sulla retta TO. Ed ecco una possibile formulazione del *Teorema di Tusi*: *se una circonferenza rotola all'interno di un'altra circonferenza di raggio doppio, un punto P della piccola si muove su una retta che unisce il punto di tangenza iniziale con il centro della circonferenza maggiore.*

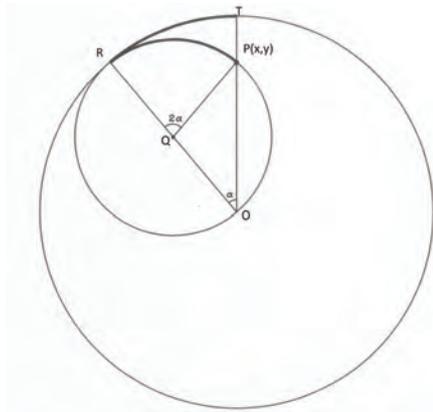


Fig. 3. Il Teorema di Tusi

Si osserva pure che $RPO = 90^\circ$, poiché esso è inscritto in una semicirconferenza. Di qui, come si vede dalla figura,

$$PO = RO \cos \alpha,$$

$$PO = R \cos \alpha.$$

Cioè, se la circonferenza piccola rotola di *moto angolare uniforme*, P si muove di *moto armonico*.

La scoperta di Tusi mostrava che, per effetto del rotolamento, *da un moto circolare si poteva ottenere un moto rettilineo*. Copernico venne certamente a conoscenza della scoperta di Tusi. In Fig. 4 riportiamo le foto del manoscritto arabo di Tusi e del testo latino di Copernico.



Fig. 4. Manoscritto di Tusi (sinistra) e testo di Copernico (destra)

Nel linguaggio degli antichi astronomi potremmo dire che la circonferenza piccola funge da *epiciclo*, mentre il centro di questa si muove su una circonferenza di raggio $R/2$, concentrica con quella grande, che fa da *deferente*. Nella Fig. 4, che riprende l'opera di Copernico, si vedono bene tutte e due.

Il moto rettilineo scaturito da combinazioni di moti circolari restò dunque una possibile peculiarità dei movimenti astronomici, ma la cosa, a quanto pare, non ebbe seguito e, soprattutto, dagli astri non scese sulla Terra.

Col senno di poi, potremmo dire che i meccanici del secolo XIX, se avessero usato il *meccanismo di Tusi*, avrebbero potuto costruire *macchine oscillanti azionate da una ruota*, in vari campi in cui si rendono necessarie, ad esempio in agricoltura per realizzare macchine per cernere i cereali.

L'associazione culturale "Scienza Viva" (www.scienzaviva.it) si propone da decenni di rendere i concetti scientifici fruibili e verificabili con le proprie mani. I fenomeni fisici sono riprodotti mediante exhibit da azionare direttamente. Perciò abbiamo voluto realizzare due modelli del meccanismo di Tusi, uno azionabile a mano e l'altro comandato da un motorino elettrico.

Quello della Fig. 5 è azionabile a mano. Il rotolamento è ottenuto mediante accoppiamento di ruote dentate. Sulla circonferenza piccola è fissato l'estremo di un'asticella, retta da una lamina forata sul bordo della circonferenza grande.



Fig. 5. Realizzazione dell'exhibit del meccanismo di Tusi

Le foto non rendono bene il movimento, ma si nota che l'asticella *si sposta in modo lineare* durante il movimento delle ruote. Sul sito di Scienza Viva è visibile il filmato del movimento.

L'asse della circonferenza grande è attivato a mano da un pomello non visibile nelle foto, ma il modello evidenzia molto bene *la trasformazione del moto circolare in moto lineare*.

Abbiamo accennato al fatto che la trasformazione del moto circolare in moto lineare potrebbe comportare implicazioni terrestri, ad esempio, nelle macchine agricole. Ma, avendo fra le mani il modello, si osserva facilmente che il meccanismo di Tusi è *reversibile*. Cioè, attivando a mano l'asticella, *si trasforma il moto lineare in moto circolare*.

Il *motore a scoppio*, questa meravigliosa invenzione che ha, di fatto, rivoluzionato la nostra civiltà, è stato concepito come un sistema in cui il vapore o un gas, espandendosi all'interno di un cilindro, muove linearmente un pistone. In Fig. 6 (sinistra) ne abbiamo schematizzato il funzionamento. Come tutti sappiamo, il *pistone*, tramite un sistema *biella-manovella*, genera il *movimento circolare* di un asse. Tutti i motori delle automobili funzionano su questo principio. Abbiamo disegnato anche i vettori che rappresentano le forze in gioco. Ebbene, il sistema biella-manovella si sposta non solo verticalmente, ma anche orizzontalmente. Perciò, alla componente verticale della forza, che è quella utile, si aggiunge una componente laterale che deve essere controbilanciata all'interno del cilindro. E, col procedere, come ben sanno tutti quelli che possiedono un'automobile, nel pistone si logorano le fasce che assorbono queste componenti laterali.

Nella Fig. 6 (destra) abbiamo un cilindro che spinge un pistone, il quale va ad azionare un asse di rotazione mediante il *meccanismo di Tusi*. Il pistone attiva una biella che si muove *sempre e solo verticalmente*. L'asse di rotazione, che nell'automobile chiamiamo *albero motore*, diventa quello che per gli antichi astronomi era il *deferente* e la ruota dentata piccola costituisce l'*epiciclo*. Non vi sono spinte laterali a logorare pistone e cilindro, anzi quelle che di fatto si generano vengono assorbite dalle ruote dentate che sono, in genere, ben più robuste del sistema biella-manovella.

Un'altra importante osservazione è che, nella Fig. 6 (sinistra), quando il pistone si trova a metà della sua corsa, la sua forza di spinta diventa la forza tangenziale che aziona l'asse di rotazione. Nel sistema di Tusi, quando il pistone si trova a metà della sua corsa – all'incirca la situazione di Fig. 7 (destra) – la sua *forza tangenziale* genera un *momento* sulla ruota dentata interna che ha come *braccio* il diametro di essa. Nell'agire sull'asse di rotazione (il deferente), il braccio diventa il *raggio* della ruota dentata interna. Poiché il momento agente è controbilanciato dal momento resistente, se il braccio si dimezza la forza tangenziale che agisce sull'asse di rotazione si raddoppia rispetto a quella del pistone. È chiaro che ci sono gli attriti a diminuire il rendimento teorico, però, certamente, il *meccanismo di Tusi* è molto più efficiente del sistema tradizionale biella-manovella nella *trasformazione del moto lineare in moto circolare*, perché (teoricamente) raddoppia la forza.

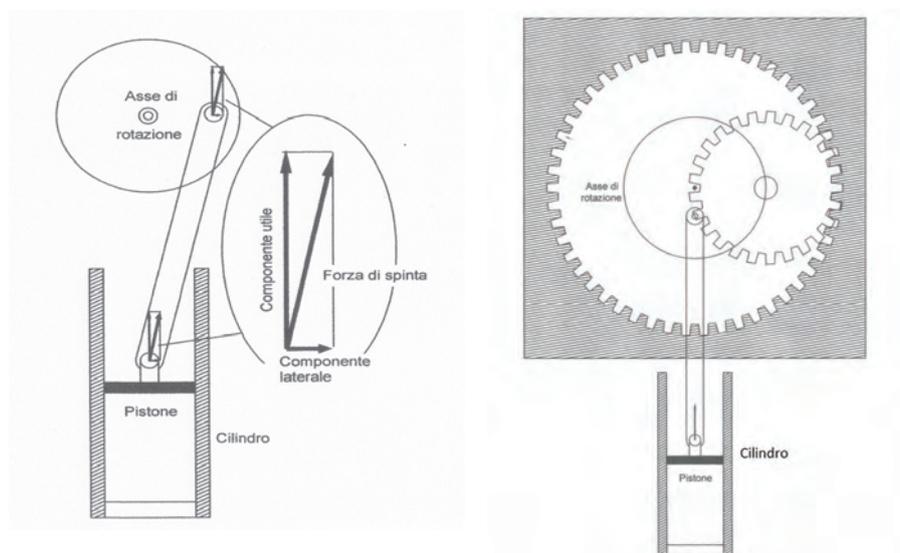


Fig. 6. Sinistra: schema di azionamento classico con biella e manovella. Destra: azionamento mediante meccanismo di Tusi

La nostra civiltà costruisce motori con sistema biella-manovella da più di duecento anni, e non vogliamo certamente sconvolgere un sistema industriale così consolidato. Però, l'umana curiosità spinge a chiedere come mai, ad esempio, nelle grandi locomotive a vapore non si è adottato il sistema di Tusi. O anche, oltre che nelle automobili, nei motori delle navi o nelle macchine per cucire delle nostre nonne, che erano azionate a pedali, perché tale sistema non è stato adoperato.

Del *sistema di Tusi* abbiamo prodotto interessanti simulazioni con il software Geogebra, con le relative animazioni; saremmo lieti di inviarle via e-mail a chi le desidera. Anche chi desidera il programma Excel o il programma Visual Basic può contattarci via e-mail.

Su Internet è facile trovare riferimenti alla figura di Tusi, alle sue opere e, in particolare al suo Teorema. Per vedere i modelli meccanici realizzati nella nostra Associazione, si può accedere al sito indicato. Stranamente, però, non vi sono riferimenti alla possibilità di applicarlo al contrario, riconoscendone la reversibilità. Insomma, il Teorema di quest'antico astronomo avrebbe potuto far funzionare meglio i nostri motori. Come mai non è venuto fuori?



Fig. 7. Macchina pneumatica di Delehuil (Museo del Gabinetto di Fisica, Università di Urbino)

Intanto, dal XXXVI congresso della SISFA, tenutosi a Napoli nell'ottobre 2016, è scaturita una ricerca dei dispositivi attinenti al nostro meccanismo. Il prof. Roberto Mantovani ha individuato il meccanismo di Tusi nella *Macchina pneumatica di Delehuil*, un modello della quale è conservato nel *Gabinetto di Fisica* di Urbino da lui curato. Riportiamo in Fig. 8 la foto del dispositivo che ha gentilmente inviato. Una ruota gira e, tramite il meccanismo sopra descritto, attiva un pistone tramite una biella che si muove solo verticalmente. Sarebbe interessante raccogliere notizie su altre macchine che usino il dispositivo al contrario.

Bibliografia

Hannam J. (2014). *La genesi della scienza*. Crotone: D'Ettoris Editori.