The epistemological and scientific legacy of René Thom's thought

Arcangelo Rossi - Dipartimento di Matematica e Fisica "Ennio De Giorgi", Università del Salento, Lecce - arcangelo.rossi@unisalento.it

Abstract: René Thom contrasted the purely quantitative view of mathematics and sustained a conception of mathematics as a universal explication scheme reconciled with metaphysics. Actually, both Thom and Aristotle used the concept of edge or boundary in order to define individual realities through the forms which distinguish them topologically. Reality would then show itself through the distinctive forms it assumes, forms which allow one to build analogies between different things or different concepts or phenomena. Starting from this point of view, Thom studied the continuous crossing between spaces, even endowed with different dimensions (a research on the so called "cobordism" which yielded him the Fields Medal in 1958), until he singled out few universal forms representing catastrophes or abrupt transitions. Thom's theory of catastrophes provides models or qualitative mechanisms rather than equations describing and predicting changes quantitatively, as it is not expected that a mathematical approach necessarily implies to quantify rather than to establish general relations. In particular, the base of the physical-mathematical synthesis is for Thom a metaphysics which carries out a universal unification need.

Keywords: René Thom, Catastrophe theory, Complexity, Reductionism.

1. René Thom e la teoria delle catastrofi

La teoria delle catastrofi elaborata da René Thom negli anni '50 e '60 del Novecento è sostanzialmente una teoria topologica dei sistemi dinamici focalizzata all'analisi dei cambiamenti repentini coinvolgenti un sistema sotto lo stimolo di agenti esterni, descritti da un certo numero di parametri (Arnold 1978). Si potrebbe dire transizioni di fase brusche, associate a singolarità o catastrofi appunto. Tale teoria fornisce un grande quadro interpretativo ed esplicativo della struttura della realtà in termini matematici topologico-qualitativi, quadro fortemente innovativo per l'epoca (Giorello, Morini 1980).

Come emerge anche dal suo saggio del 1991 *Prevedere non è spiegare* (Thom, Noël 1991), con tale teoria Thom superava senza alcuna esitazione la concezione puramente quantitativa della matematica come mero strumento di calcolo e di previsione esatta, in favore di una concezione della stessa quale schema esplicativo universale riconciliato con la metafisica. In particolare riconciliato con la metafisica ontologica aristotelica, da tempo invece considerata contraria alla trattazione matematica della realtà proprio per il suo rifiuto di ridurre la conoscenza a mera misura quantitativa, cui a sua volta era per lo più ridotta la matematica. In particolare, la teoria o piuttosto schema esplicativo universale di Thom, utilizza, al pari della metafisica di Aristotele, il concetto qualitativo di bordo o confine per definire le realtà individuali, sia fisiche (cose) sia mentali (concetti), mediante le forme (rappresentabili appunto matematicamente in termini geometrico-topologici) che le definiscono, separandole così dall'ambiente circostante.

La realtà secondo Thom non ci è quindi data nell'intuizione e nel concetto puri come per Kant, ma nelle forme topologiche specifiche che la delimitano e la definiscono. Queste forme permettono però anche di costruire analogie tra una cosa e l'altra, tra un concetto e l'altro, mandando, come dice Thom, uno spazio in un altro: si tratta di analogie formali che trovano espressione nella stessa fisica attraverso la sua trattazione matematica, come nell'ottica geometrica, che realizzerebbe chiaramente il legame, sempre cercato da Thom, tra l'astrazione geometrica più universale e l'esperienza concreta individuale.

Thom studiò quindi a partire da qui il passaggio continuo da una varietà (spazio) ad un'altra, le connessioni tramite bordi e punti comuni tra spazi anche di diverse dimensioni (questa ricerca sul cosiddetto "cobordismo" gli fruttò addirittura nel 1958 la medaglia Fields), fino ad individuare poche forme universali e quindi oggetti matematici che rappresentano catastrofi o transizioni, brusche ma pur sempre continue, di forme. Queste rappresentano singolarità specifiche che appaiono quando un oggetto viene sottoposto a vincoli, come ad esempio sollecitazioni meccaniche che comportano restrizioni rispetto alle sue dimensioni ordinarie, che esso subisce senza conseguenze apparenti, tranne che in punti particolari in cui la sua resistenza alle sollecitazioni esterne sfocia in repentine fratture, concentrando lì, per così dire, la sua struttura individuale. La teoria delle catastrofi esprime appunto le concentrazioni di forme che vengono così a crearsi come irregolarità e accidenti dovuti a vincoli, indipendentemente dai dettagli microscopici della struttura materiale, fisica, degli oggetti. Pertanto tale teoria assume caratteristiche di universalità (Thom 1980a, Thom 1985).

Nelle situazioni più comuni che coinvolgono un numero limitato di parametri esterni, Thom individuò sette tipi elementari di catastrofi o singolarità generiche: "piega", "grinza", "coda di rondine", "farfalla" e "ombelichi" di tre tipi (Arnold 1990). Thom ne studiò dapprima le applicazioni come nelle caustiche, superfici illuminate secondo diverse angolazioni, riflessioni e rifrazioni, per vedere appunto come si formano catastrofi attraverso deformazioni ottiche. La teoria delle catastrofi servì inizialmente a spiegare la formazione delle caustiche e poi molti altri fenomeni, senza fornire soluzioni quantitative o previsioni esatte, ma solo qualitativamente situazioni non dominabili con soli metodi riduzionistici quantitativi (Thom 1980b).

Vi furono quindi dal 1975 in poi molte polemiche sulla validità della teoria, che costrinsero Thom a riflettere sulla natura della scienza (Thom 1977; Tonietti 1983). Lo studio delle forme in situazioni irregolari, accidentali o talvolta caotiche aveva per la verità portato già prima J.H. Poincaré e J. Hadamard (tra '800 e '900) ad individuare evoluzioni catastrofiche strutturalmente invarianti nei più disparati fenomeni, in termini di divergenze dovute a dipendenza sensibile da piccole variazioni delle condizioni iniziali

(Arnold 1990). Il problema è che in tali casi non valevano leggi esatte ma solo tendenze evolutive asintotiche che non permettevano predizioni certe, semmai solo probabilistiche. Ovviamente, laddove invece le predizioni esatte sono ancora possibili in termini di leggi o equazioni esplicite (Volterra 1959), il modello catastrofistico decade. C. Zeeman analizzò applicazioni della teoria alle catastrofi in vari ambiti non fisici, come l'esplosione di rivolte nelle carceri, di crolli della borsa, di irregolarità del battito cardiaco, propagazione dell'impulso nervoso, etc. (Zeeman 1976; Zeeman 1977).

In realtà si può procedere, a seconda dei casi, o in modo pragmatico tentando di fare previsioni certe, o in modo più speculativo, descrivendo processi globali catastrofici: dunque in un caso prevedendo senza capire e nell'altro comprendendo il processo globale senza prevederlo esattamente (Thom, Noël 1991). Altra contrapposizione, oltre a quella tra prevedere e spiegare, e connessa ad essa, è quella tra esperienza empirica e sperimentazione. Solo quest'ultima infatti riguarda la ricerca di previsioni il più possibile certe, mentre la prima, se è in grado di riconoscere gli oggetti, ne presuppone il concetto. È pur vero che un'osservazione-sperimentazione ulteriore può modificare tale concetto, tuttavia molte grandi teorie non sono nate in questo modo, bensì come costruzioni concettuali anteriori ai dati dell'esperienza. Anche se ci poniamo da un punto di vista materialista, che evidentemente non è quello di Thom, contrario alla teoria dell'identità mente-cervello sostenuta dal matematico A. Connes e dal neurofisiologo J.P. Changeux (Changeux, Connes 1991) sono sempre enti astratti, come in definitiva le stesse leggi della materia, a caratterizzare la nostra organizzazione della realtà (Thom 1980b).

In particolare il concetto matematico di funzione, proprio della scienza moderna almeno dalla sua prima formulazione accurata da parte di Leibniz nel 1695 (Leibniz 2000), è tutt'uno con il determinismo astratto universale. La pretesa di Prigogine (Prigogine, Stengers 1977) di negare il determinismo è infondata, non potendosene fare a meno anche quando si affrontano situazioni apparentemente indeterminate. Quanto poi alla complessità in biologia, secondo Thom conviene salvare il determinismo, opportunamente inteso, ma non il riduzionismo, procedendo con un approccio top-down: dall'osservazione globale delle grandi strutture degli organismi alla loro scomposizione in parti e alla descrizione sempre più fine delle strutture locali. La teoria delle catastrofi studia comunque le forme come discontinuità qualitative, ma su substrato continuo. Essa condivide dunque la concezione della materia di Aristotele come continuo indefinito, estensione che può assumere diverse forme, al tempo stesso ad essa presupposte e ad essa riconducibili. Così le apparenti discontinuità fenomenologiche, forme e catastrofi, per Thom non contraddicono affatto la visione di un continuo in evoluzione, cui quelle discontinuità possono essere a loro volta ricondotte.

Quanto al carattere continuo della realtà, che Thom affida appunto a un'intuizione ingenua del mondo, come cornice delle stesse discontinuità fenomenologiche apparenti, tale carattere è invece in contrasto con l'attuale tendenza a ridurre tutto a unità discrete di informazione. Certamente ciò ha un valore pratico, così come discretizziamo i fonemi nel linguaggio per imparare a parlare senza confonderli l'uno con l'altro. Ma resta pur sempre un fondo continuo, nonostante l'esigenza del cervello, a volte ma non sempre, di discretizzare. Tale fondo è ad esempio costituito dallo spazio e dal tempo. Inoltre, abbiamo bisogno dell'intuizione del continuo per muoverci nello spazio praticamente, toccando col dito tutti i punti di un dominio. Si dice che il continuo è un'illusione, portando ad esempio un film che a noi sembra continuo, mentre è fatto di fotogrammi discreti. È vero, si tratta di un'illusione, ma essa ha una base reale, altrimenti non nascerebbe neppure. In realtà noi vediamo il continuo, ma abbiamo bisogno del discreto, del finito, per tenere le cose sotto controllo. Tuttavia la meccanica quantistica sembra invece introdurre il discreto in termini assoluti, qualcosa che non capiamo ma che è operativamente valida, efficace e tuttavia intuitivamente poco comprensibile, come mostra ad esempio la possibilità di localizzare o delocalizzare, in accordo con il principio di indeterminazione di Heisenberg, un pacchetto d'onde: difficile da concepire ma non mostruoso in sé.

Sempre secondo Thom, la scienza cerca soluzioni, ma talvolta si trova anche di fronte ad aporie che rivelano irrisolto il problema, illusoria la soluzione (Thom 1982). In matematica e fisica l'aporia è formalizzata e concettualizzata e quindi smorzata, mentre in biologia essa appare come problema metafisico, come quando si afferma che la vita è riducibile alle leggi della materia inanimata, fisiche e chimiche, contro l'intuizione immediata che suggerisce piuttosto un'irriducibilità. Ma anche in matematica si danno aporie impressionanti, come il teorema di Gödel: volendosi dimostrare la non contradditorietà dell'aritmetica nel quadro concettuale ammesso, si arriva a dimostrare che tale non contraddizione non è dimostrabile (Nagel, Newmann 1975).

Se ne può uscire cambiando assiomatica? La maggior parte dei matematici pensa che ciò non sia possibile. Si potranno al massimo chiarire aspetti locali relativi ai fondamenti della matematica, non il problema globale del fondamento, che rinvia sempre all'opposizione continuo-discreto. Il continuo è in effetti substrato universale di tutto il pensiero, matematico in specie, ma senza assumere anche il discreto in tale continuità, non si riesce a pensare nulla di effettivo. Anche in matematica Thom preferisce risalire dal continuo al discreto, eppure R. Dedekind (Lolli 2017) propose di definire il numero reale a partire dall'aritmetica dei numeri razionali, pur sempre separati e discreti, ma resi sempre più vicini l'uno all'altro fino a fare un taglio nella serie, tra numeri razionali di una classe, inferiori al taglio e dell'altra classe, superiori al taglio, la differenza tra le due classi approssimandosi a zero. Ebbene, in tale serie tagliata resterà una discontinuità insuperabile, come mostrano i paradossi di Zenone. Non è quindi meglio, suggerisce Thom, partire già dal continuo? (Thom 1982) La teoria dei sistemi in particolare interpreta globalmente questi come scatole nere che si scambiano continuamente tra loro materia ed energia come input e output (Agazzi 1978). L'approccio riduzionista consiste invece nel rompere le scatole nere e vedere cosa c'è dentro, contro il parere dei teorici dei sistemi per i quali ciò comprometterebbe, specie se si tratta di esseri viventi, la globalità dell'oggetto. Quale metodo è migliore? Il metodo riduzionista incontra difficoltà insormontabili. Volendo ridurre il sistema ai semplici elementi componenti arriva a numeri altissimi e fallisce quindi sia nella versione classica sia in quella quantistica. L'approccio sistemico globalizzante definisce i punti nello spazio delle fasi costituiti da entrate e uscite a formare una nube il cui andamento complessivo permette di ricostruirne il processo evolutivo.

La teoria delle catastrofi fornisce dunque un modello o meccanismo qualitativo piuttosto che equazioni che descrivano e prevedano quantitativamente cambiamenti di variabili, perturbazioni, deformazioni, di cui la stessa teoria delle catastrofi esprimerebbe le forme invarianti. Ciò ha generato molte critiche, a partire dalla frase di Rutherford: "Il qualitativo è quantitativo scadente". Per Thom al contrario pochi fenomeni naturali sono retti da leggi quantitative esatte, e sono fenomeni fisici, mentre quasi tutte le altre leggi dei fenomeni, pur se quantitative, sono solo approssimate. La teoria delle catastrofi fornisce invece schemi di intelligibilità. Essa prescinde dal campo specifico ed è applicabile alle più diverse situazioni. A tal proposito, come affermato da H.A. Lorentz nella sua *Nobel lecture* del 1902, qualsiasi analogia è vera, ma forse si può più correttamente dire che ogni analogia è vera purché sia semanticamente accettabile, cioè se ad un'analisi puramente mentale risulta corretta. Essa è comunque una relazione qualitativa stretta, non approssimativa, e può essere espressa matematicamente, anche se la sua valutazione non dipende necessariamente dalla sua forma matematica, può anche essere effettuata su una formulazione mentale non matematica. Ad esempio, dire con Aristotele che la sera è la vecchiaia del giorno o che la vecchiaia è la sera della vita, significa elaborare mentalmente, semanticamente, un'analogia in due formulazioni, di cui la seconda si impone tuttavia come più convincente della prima alla stessa mente, nonostante la proporzionalità, l'uguaglianza fra due rapporti che l'analogia esprime dal punto di vista puramente matematico. La sua struttura implica comunque la nozione fondamentale di bordo. Si parla infatti di un intervallo temporale, di cui si enuncia la fine o bordo, sera o vecchiaia, la cui catastrofe corrispondente è una piega: un regime stabile (vita o giorno) si incontra con uno instabile (vecchiaia o sera).

Si tratta sempre di metafore che assimilano qualcosa a qualcos'altro anche in termini matematici rappresentando un nucleo comune. In questi casi l'efficacia della metafora è data dalla natura, di cui l'arte e la tecnica umana sono imitatrici, "scimmia" come dice Aristotele.

Quanto alla spiegazione scientifica, secondo Thom, essa infine si riduce a descrivere un fenomeno, ad esempio la collisione di due placche come causa di terremoto. Occorre quindi andare indietro alle ragioni della collisione, ma così si va fino alla causa prima, Dio, non spiegata a sua volta. Per Thom ancora una volta la metafisica di Aristotele risolve elegantemente il problema, con Dio concepito appunto come causa prima incausata. Il qualitativo qui evocato in ogni caso non è quantitativo grossolano, la topologia matematica non si lascia ridurre a quantità, ma va oltre, quando ad esempio distingue una sfera da una palla o un cerchio da un disco in termini irriducibilmente qualitativi (Thom 1980b). Il problema qualitativo delle parti (come peraltro quello qualitativo del bordo da cui siamo partiti) è poi per Thom fondamentale, contro l'opinione di quanti lo considerano puramente semantico e non interessante. In realtà i diversi linguaggi esprimono partizioni invarianti: evidentemente certe distinzioni di parti sono universali. Alla base della sintesi fisico-matematica c'è comunque per Thom una metafisica, l'idea di un creatore/organizzatore, realizzandosi così un bisogno universale di unificazione.

Bibliografia

Agazzi E. (a cura di) (1978). *I sistemi fra scienza e filosofia*. Torino: SEI.
Arnold V.I. (1990). *Teoria delle catastrofi*. Torino: Bollati-Boringhieri.
Changeux J. P., Connes A. (1991*). Materia e pensiero*. Torino: Bollati-Boringhieri.
Giorello G., Morini S. (a cura di) (1980). *Parabole e catastrofi. Intervista su matematica, scienza e filosofia*. Milano: il Saggiatore.
Leibniz G.W. (2000). *Saggio introduttivo alla dinamica. Prima Parte*, in Mugnai M., Pasini E. (a cura di), *Scritti Filosofici*. Torino: UTET, pp. 431-466.
Lolli G. (2017). "Dedekind filosofo della matematica". *Matematica, cultura e società, Rivista dell'Unione matematica italiana*, 2 (1), pp. 5-16.
Prigogine I., Stengers I. (1977). "The new alliance". *Scientia*, pp. 319-332.
Thom R., Noël E. (1991). *Prédire n'est pas expliquer*. Paris: Eshel.
Thom R. (1977). *Les Mathématiques dans les sciences de la nature*, in Donini E., Rossi A., Tonietti T., (a cura di), *Matematica e fisica: struttura e ideologia*. Bari: De Donato.
Nagel E., Newmann J.R. (1975). *La prova di Gödel*. Torino: Boringhieri.
Thom R. (1980a). *Stabilità strutturale e morfogenesi. Saggio di una teoria generale dei modelli*. Torino: Einaudi.
Thom R. (1980b). *Qualità/Quantità*, in *Enciclopedia Einaudi*, 11. Torino: Einaudi, pp. 460-476.
Thom R.(1982). *L'aporia fondatrice delle matematiche: continuo/discreto*, in *Enciclopedia Einaudi*, 15. Torino: Einaudi, pp. 1133-1146.
Thom R. (1985). *Modelli matematici della morfogenesi*. Torino: Einaudi.
Tonietti T. (1983). *Catastrofi. Una controversia scientifica*. Bari: Dedalo.
Volterra V. (1959). *Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations*. New York: Dover.
Zeeman E.C. (1976). "Catastrophe Theory". *Scientific American*, 234 (4), pp. 65-83.
Zeeman E.C. (1977). *Catastrophe Theory. Selected Papers 1972-1977*. Reading: Addison-Wesley.